

APOSTILA DE FÍSICA

1^a SÉRIE

POR
MARCOS G. DEGENHARDT

O QUE É A FÍSICA?

Desde o início da infância, cada um pode observar uma variada gama de fenômenos ou transformações que ocorrem continuamente no ambiente em que se vive. São tantos os “porquês” aos quais se gostaria de poder dar uma resposta, tais como:

- por que vemos nossa imagem refletida em um espelho?
- por que se formam imagens na tela de um televisor?
- por que os objetos caem em direção ao chão?
- por que um satélite não cai sobre a terra como uma pedra o faria?
- por que se vê primeiro o clarão de um trovão e depois se ouve o seu ruído se ambos provem do mesmo local?

Estas questões não são apenas do homem moderno. Elas incomodaram também os antigos de modo que eles se puseram a caminho para encontrar as respostas aos seus “porquês” iniciando o estudo dos fenômenos naturais.

Os conhecimentos que se tem hoje sobre os fenômenos naturais que ocorrem no mundo físico resultaram, pois, de um longo processo histórico de busca por respostas satisfatórias, evidenciadas por experiências confirmatórias.

Os primeiros povos civilizados, na Mesopotâmia e no Egito, aprenderam entre outras coisas a irrigar as suas plantações pelo bombeamento da água, a construir enormes monumentos e templos pelo transporte e elevação adequada dos blocos de pedra.

Mais tarde, na Grécia, desenvolveu-se a Filosofia, que entre eles tentava explicar o mundo físico somente através da razão. Só que desta forma ocorreu um breve paradoxo pois, houve um enorme salto intelectual ao formular racionalmente os princípios que regiam o funcionamento da natureza e outros como o movimento, peso, comportamento da água, constituição da matéria, ao mesmo tempo que a comprovação ou a refutação do “acerto” ou não da idéia não ocorria, pois todo o trabalho era realizado pelos escravos, e estes não estavam “aptos” a pensar e filosofar. Desta forma os gregos valorizavam muito as idéias e nada a experimentação.

Com o declínio do Mundo Antigo e o advento da Idade Medieval o estudo das ciências e da Física tiveram um enorme retrocesso pois o povo não sabia ler e nem escrever e ainda por cima não haviam livros a disposição de quem por eles se interessasse, bem como haviam poucas oportunidades para o progresso científico.

O renascimento do comércio e início da vida urbana, no final da idade média criou um ambiente propício e mesmo necessário para o desenvolvimento científico. Neste ambiente de renovação científico-cultural o italiano **Galileu Galilei** lançou as bases modernas para o desenvolvimento da física. O processo introduzido foi o da experimentação.

Para Galileu havia a necessidade de se testar as formulações teóricas propostas por meio de experimentos cuidadosamente planejados e implementados. Por exemplo, até a época de Galileu cria-se que os corpos mais “pesados” caiam mais depressa que os mais “leves”. Esta idéia aristotélica foi discutida e experimentada. Ela não aguentou a experimentação pois esta revelou que ambos os corpos caiam com mesma velocidade.

Até Galileu e mesmo após ele, as idéias continuavam espalhadas, sem um corpo. No século XVII o inglês Sir **Isaac Newton** deu um passo enorme ao agrupar em um corpo os conhecimentos espalhados. Para isto se introduziu um novo rumo à física: o de trabalhar em Leis Gerais.

Estas leis são formulações que já foram exaustivamente testadas e são válidas em qualquer ponto do universo real.

Outro passo importante dado por Newton foi a criação de um tipo de cálculo que permitia a resolução de problemas até então insolúveis.

Estas duas novas introduções permitiram que novas e maiores descobertas fossem se efetuando. Muitas destas descobertas viriam a melhorar a qualidade da vida das pessoas.

No final do século XIX, já se admitia de se ter chegado ao topo do edifício da ciência, mas, haviam muitas experiências e evidências que vinham a depor contra esta falsa idéia. Neste cenário aparece o judeu austríaco **Albert Einstein** que propôs algumas modificações profundas na conceituação geral da física. De imediato foi um terror, mas as proposições feitas por Einstein vinham explicar com precisão muito melhor os fenômenos, experiências e evidências cujos resultados discordavam da teoria vigente na época. Estava lançada as bases da teoria da relatividade e da física quântica.

QUAIS AS DIVISÕES DA FÍSICA?

Por razões didáticas costuma-se dividir a física em ramos segundo as grandezas e os fenômenos por ela estudados. Na verdade, em física não se pode pensar que cada ramo é independente. Não, em verdade eles estão todos interligados.

Parte	Estudo
MECÂNICA	as forças, os movimentos, suas causas e seus efeitos, a energia
TERMOLOGIA	o calor, o trabalho, fontes de energia e sua melhor utilização
ONDULATÓRIA	das ondas, para melhor explicar o som, a luz, as ondas de rádio
ÓPTICA	da luz, espelhos, lentes e aplicações
ELETRO-MAGNETISMO	relação entre eletricidade e magnetismo, bem como sua produção e aplicação
FÍSICA MODERNA	do átomo, emissões radioativas, raios X, relatividade, etc

EXISTE, EM FÍSICA, GRANDEZAS BÁSICAS DE MEDIDA?

Sim. Para que se possa exprimir quanto grande ou pequena é uma variável que intervém em um fenômeno, usam-se sete grandezas fundamentais. Estas são:

grandeza	unidade	símbolo
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
tempo	segundo	s
intensidade de corrente elétrica	amperé	A
temperatura termodinâmica	kelvin	K
quantidade de matéria	mol	mol
intensidade luminosa	candela	cd

As unidades acima citadas fazem parte do Sistema Internacional de unidades, que usualmente se designa por SI.

Iniciar-se-á o estudo da física pela mecânica, pois ela é a base e pré-requisito para todo o resto da física dado o fato de nesta parte serem definidos os principais conceitos da mesma.

O QUE É A MECÂNICA?

A mecânica constitui o primeiro ramo da física por ter em seu bojo os principais conceitos fundamentais para o desenvolvimento da física e por, historicamente ter sido a primeira a ser desenvolvida. Esta compreende o estudo:

- de movimentos puros, isto é, independente das causas que os originam;
- das forças puras, isto é, independente dos efeitos produzidos; e,
- da relação força vs movimento, isto é, na relação existente entre a ação de
- uma força aplicada a um móvel e o movimento correspondente.

Como são três áreas de concentração de esforços e estudos, tem-se então:

Cinemática : estudo dos movimentos puros.

Estática : estudo das forças em equilíbrio.

Dinâmica : estudo da relação força vs movimento

Conduziremos nosso estudo iniciando a **estática**, indo então para a **cinemática** e então a **dinâmica**.

ESTÁTICA

A base do estudo da estática está assentada na condição de que a(s) força(s) que atuam sobre um ponto tenham como soma zero, Isto é sua resultante seja nula.

A noção mais elementar que se tem de força é a do esforço muscular. Partindo-se desta noção fica fácil se verificar que uma força, ao ser aplicada sobre um corpo, pode:

- a) colocá-lo em movimento ou pará-lo.
- b) deformar os corpos.
- c) alterar as trajetórias seguidas por um corpo.

Em todos casos, a ação da força sobre um corpo produz num corpo uma variação de velocidade, por consequência, o corpo fica sujeito a uma aceleração. No nosso caso atual - a estática - procuraremos a situação na qual a ação da forças se equilibre, não produzindo desta forma movimento algum.

Para se identificar corretamente uma força, necessita-se de quatro elementos:

1. **direção:** que é uma reta que passa pelo corpo sobre o qual a força age, sobre a qual se indicará a força.
2. **sentido:** indica para que lado, sobre a reta da direção, a força aponta.
3. **módulo ou intensidade:** indica a “quantidade” de força que se aplica ao corpo. Esta pode ser medida em:

Kilograma-força (Kgf);

grama-força (gf);
dina (dyn);
Newton (N).

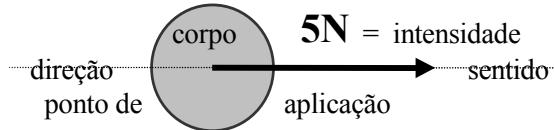
A relação entre as unidades acima citadas é:

$$1\text{Kgf} = 1000\text{gf} = 9,81\text{N}$$

$$1\text{N} = 100000\text{dyn} \text{ ou } 1\text{N} = 10^5\text{dyn}$$

4. ponto de aplicação : é o lugar sobre o corpo onde se aplica a força.

Representa-se então a ação de uma força sobre um corpo por:

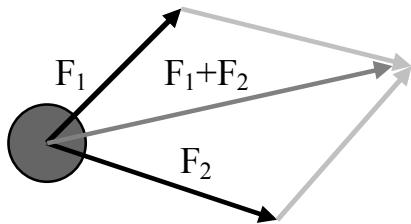


Quando várias forças atuam sobre um corpo tem-se um sistema de forças, o qual admite uma força resultante que é aquela que sozinha, produz sobre o corpo o mesmo efeito que todas as outras forças juntas. Para determinar a intensidade da força resultante utilizam-se dois recursos:

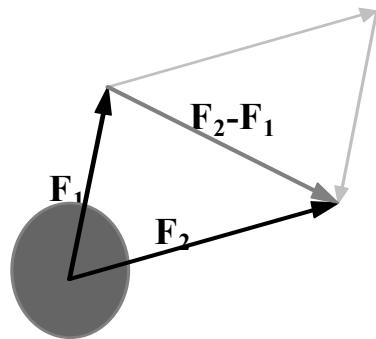
a) processo gráfico: a partir das forças indicadas, traça-se um paralelogramo.

O valor da soma das forças se obtém medindo a bissetriz maior do paralelogramo no caso da soma e a bissetriz menor no caso da diferença entre elas:

soma de duas forças



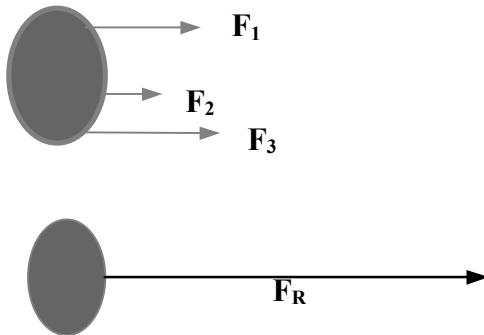
diferença entre duas forças



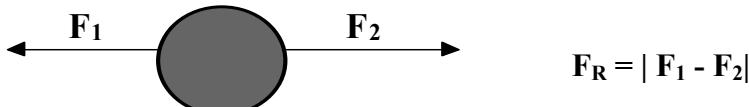
b) processo analítico: para os quais quatro serão os casos fundamentais para se determinar a resultante entre duas forças, que serão sempre calculados pela soma de toda as forças, isto é:

$$F_R = F_1 + F_2 + \dots + F_n \text{ ou } F_R = \sum_{i=1}^N F(i)$$

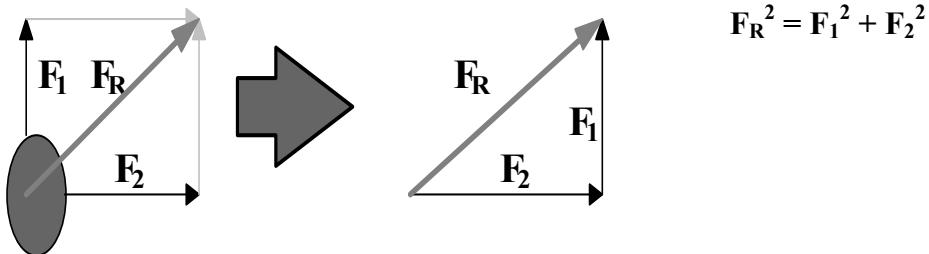
c) quando as forças tem mesma direção e sentido: neste caso simplesmente se somam os valores das forças, e a orientação da força resultante é a mesma que a das forças constituintes do sistema:



- d) quando as forças tem mesma direção, porém sentidos opostos: neste caso especial subtrai-se do valor da força maior o da força menor, e a força resultante tem a mesma orientação da força de maior intensidade:

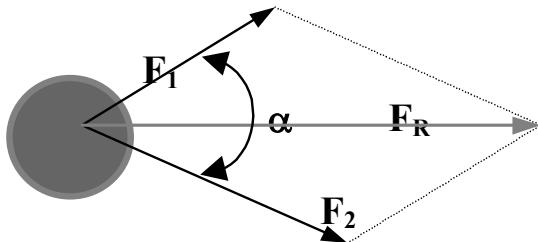


- e) quando as forças formarem entre sí um ângulo de 90º: nesta situação aplica-se o teorema de Pitágoras, que fornecerá:



- f) quando duas forças formarem uma ângulo qualquer entre si: neste caso utiliza-se a lei dos cossenos, que exprime que:

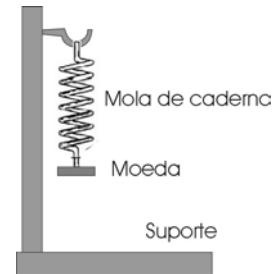
$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$$



LEI DE HOOKE

Atividade xx:

Montar um pequeno suporte, conforme mostrado ao lado. No suporte vertical fixar uma régua, de modo a poder medir o comprimento da mola ao se pendurar moedas. A seguir pendurar uma moeda e medir o comprimento da mola, em seguida adicionar outra moeda e repetir o procedimento. Qual a relação entre o número de moedas penduradas e o comprimento da mola? A mola esticou a mesma medida para cada moeda?



Durante o estudo de corpos elásticos, o cientista Robert Hooke comprimiu e distendeu controladamente molas. Observou que as deformações produzidas nos corpos elásticos são diretamente proporcionais às forças aplicadas.

Então, se for aplicada uma força de 1N a uma mola ela sofrerá uma elongação. Se a força aplicada for o dobro, ou seja 2N, então a elongação será o dobro da anterior. Disto, tem-se, então que:

$$F = k \cdot \Delta x$$

onde

F é a força que se aplica a mola ou corpo elástico;

k é uma característica do corpo, chamado de constante de elasticidade;

Δx é a elongação sofrida.

DECOMPOSIÇÃO DE FORÇAS EM COMPONENTES HORIZONTAIS

É o conjunto de operações que permite que se calcule a componente horizontal (F_x) e a componente vertical (F_y) de uma força quando a mesma é projetada sobre os eixos de um plano cartesiano:

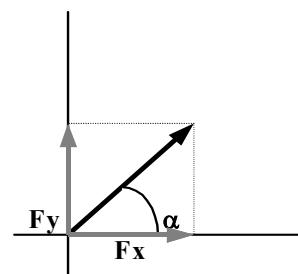
F_y = projeção da força F sobre o eixo y = componente vertical

F_x = projeção da força F sobre o eixo x = componente horizontal.

Os valores de F_x e F_y são determinados por:

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \sin \alpha$$



Quando se tem várias forças formando um sistema, para se determinar a força resultante, inicialmente se decompõe cada força nas suas componentes como se as demais não existissem. Após isso determina-se a resultante horizontal, somando-se algebricamente todas as componentes horizontais, fazendo a mesma coisa, separadamente com as componentes verticais. Obtem-se assim R_h (resultante horizontal) e R_v (resultante vertical):

$$R_h = F_{Ax} + F_{Bx} + F_{Cx} + \dots + F_{nx}$$

$$R_v = F_{Ay} + F_{By} + F_{Cy} + \dots + F_{ny}$$

Depois de encontrar os valores das resultantes horizontal e vertical, determina-se a resultante do sistema pelo teorema de Pitágoras:

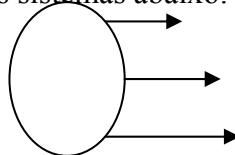
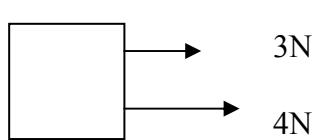
$$R^2 = Rh^2 + Rv^2$$

EXERCÍCIOS

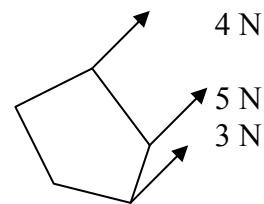
01. Calcule a resultante entre duas forças, uma de 30N e outra de 40N, nas seguintes situações:

- a) elas tem mesma direção e sentido;
- b) elas tem mesma direção mas sentidos opostos;
- c) elas formam entre si um ângulo de 90°, e,
- d) formam entre si um ângulo de 60°.

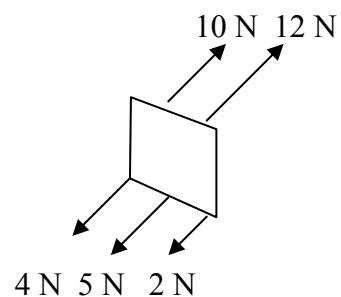
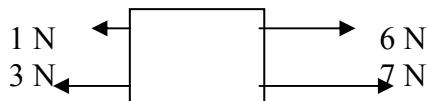
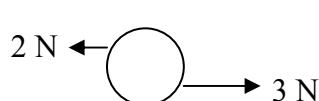
02. Calcular as resultantes nos sistemas abaixo:



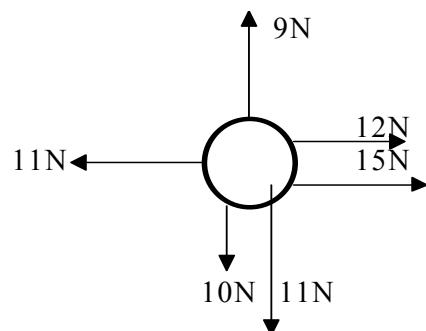
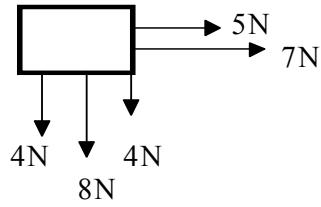
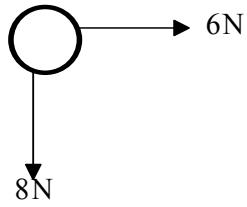
2 N
4 N
3 N



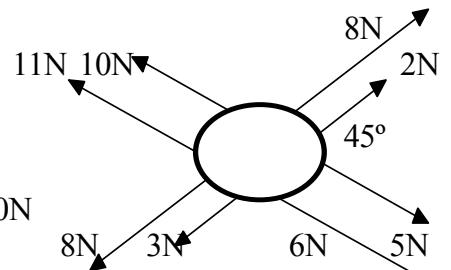
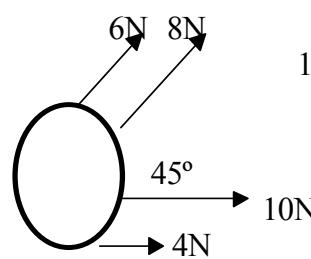
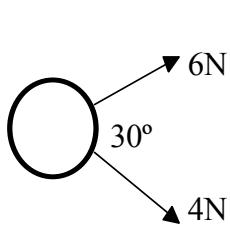
3. Determinar a força resultante nos seguintes sistemas:



4. Calcular a força resultante nos sistemas abaixo:



5. Determinar o valor da resultante nos sistemas abaixo:



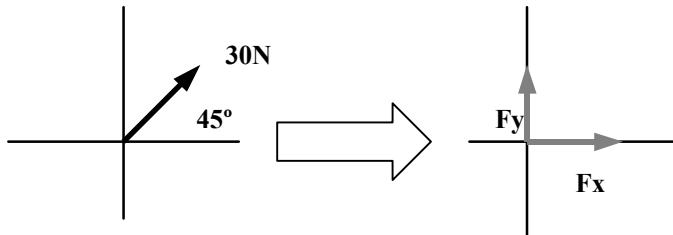
6. Determinar o valor das componentes das forças abaixo:

Exemplo:

$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_x = 30 \cdot \cos 45^\circ$$

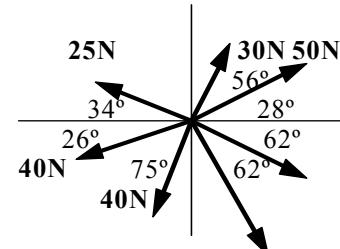
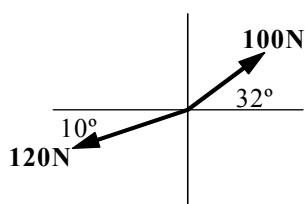
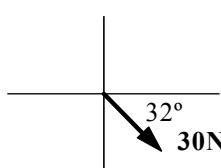
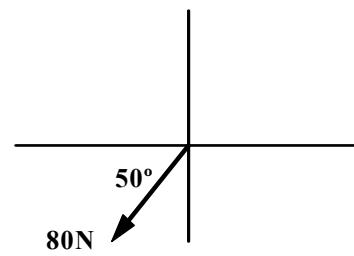
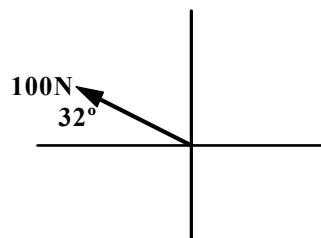
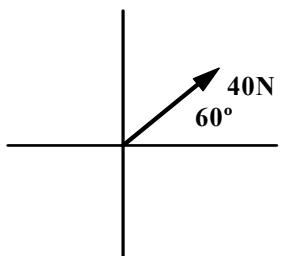
$$\mathbf{F_x = 21,21N}$$



$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

$$F_y = 30 \cdot \sin 45^\circ$$

$$\mathbf{F_y = 21,21N}$$



CINEMÁTICA

Foi estudado na secção anterior o que é uma força e sistemas em equilíbrio, isto é aqueles cuja resultante é nula, sem nos importarmos com os efeitos das mesmas. Nesta secção estudaremos os movimentos sem nos importarmos com as suas causas.

Para levar a cabo este estudo três conhecimentos são fundamentais. São eles:

a) **referencial**: é um corpo, um ponto, uma marca pela qual se medem as distâncias até o(s) objeto(s) em estudo.

b) **movimento**: um corpo, móvel, estará em movimento quando no decorrer do tempo sua distância em relação ao referencial aumentar ou diminuir.

c) **repouso**: um móvel estará em repouso quando, no decorrer do tempo a sua distância em relação ao referencial não se modificar.

Dado o fato de que o móvel esteja ou se afastando ou se aproximando do referencial, definir-se-á a **velocidade** como a rapidez com que o móvel vai de um ponto até o outro no decurso do tempo, ou seja, é a razão entre o espaço percorrido pelo móvel e o tempo gasto para fazê-lo:

$$v = \Delta x / \Delta t$$

como $\Delta x = x - x_0$, tem-se também que $v = (x - x_0)/\Delta t$ onde: x_0 = posição inicial ; x = posição final ; Δx = espaço percorrido ; Δt = intervalo de tempo e v = velocidade

As unidades fundamentais com que se exprime a velocidade são **m/s** (metro por segundo) e **km/h** (quilômetro por hora), havendo entre eles a seguinte correspondência:

$$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$$

Uma velocidade importante de ser conhecida é a velocidade da luz, que será indicada por c , cujo valor é **$c = 300\,000 \text{ km/s}$** .

Quando um corpo tem velocidade positiva ($v > 0$) o movimento é dito **progressivo**, caso contrário, de a velocidade ser negativa ($v < 0$) o movimento é dito **retrógrado**.

Nem sempre um móvel tem sua velocidade fixa(este caso, da velocidade ser fixa, é uma situação ideal, que será estudada adiante por facilitar a compreensão de movimentos mais complexos e próximos dos reais), mas ela aumenta ou diminui no decorrer do tempo, é o que acontece por exemplo com um automóvel, quando ele é freado sua velocidade diminui. Denomina-se de **aceleração** a variação de velocidade sofrida por um móvel no decorrer do tempo. Assim:

$$a = \Delta v / \Delta t$$

como $\Delta v = v - v_0$ tem-se também que $a = (v - v_0)/\Delta t$, onde: v_0 = velocidade inicial ; v = velocidade final ; Δv = variação de velocidade ; Δt = intervalo de tempo e a = aceleração

A unidade usual de aceleração é o **m/s^2** (metro por segundo ao quadrado).

Quando a aceleração é positiva o movimento é dito **acelerado**, neste caso a variação de velocidade é positiva e a velocidade final é maior que a inicial, caso contrário, de a aceleração ser negativa, tem-se que a velocidade inicial é maior que a final, a variação da velocidade é negativa, e o movimento é dito **desacelerado** (ou **retardado**).

EXERCÍCIOS:

01. Um automóvel move-se a 90km/h. Qual sua velocidade em m/s?
02. O condutor de um veículo foi multado por trafegar com velocidade de 30m/s num local onde a velocidade máxima permitida era de 60km/k. Foi correta a multa? Justifique.
03. Um móvel demora 30s para ir da posição -10m até +20m. Qual sua velocidade?
04. Um automóvel parte do quilometro 215 de uma rodovia e duas horas depois chega ao quilometro 185. Qual sua velocidade em km/h e em m/s?
05. Um automóvel parte do marco quilométrico 72 e chega ao marco quilométrico 18. Sendo a velocidade de 15m/s quanto tempo demorou a viagem?
06. Um automóvel tem sua velocidade aumentada em 6m/s em 1,5s. Qual sua aceleração?
07. Ao perceber que uma estrada está “esburacada” o condutor de um veículo reduz a velocidade de 80km/h para 55km/h em 30s. Qual a aceleração do carro?
08. Um automóvel, segundo informações do fabricante, tem capacidade para ir de zero a 100km/h em 7,85s. Qual a aceleração de tal veículo?
09. Três móveis deslocam-se sobre uma trajetória retilínea. Na tabela abaixo estão localizadas as posições iniciais finais de cada móvel, bem como o tempo necessário para ir de uma à outra posição.

Móvel	Posição inicial (m)	Posição final (m)	Intervalo de tempo (s)
A	20	60	5
B	10	90	10
C	40	0	5

Determinar qual dos móveis é mais veloz.

10. Um pesquisador observa que uma tartaruga se desloca 1,20m em 2 minutos na terra e 15m em 5 minutos na água. Qual a velocidade em cada caso? A que conclusão o pesquisador chega?
11. Um carro de corrida move-se com velocidade de 30 m/s. Que velocidade ele teria se fosse acelerado durante 10 s com m/s^2 ?
12. Um trem movendo-se a 36 km/h é freado, parando em 25 s. Qual a aceleração sofrida?
13. Uma pessoa percorre a metade de seu percurso a 2 m/s e a outra metade a 4 m/s. Qual a velocidade média durante todo o percurso?
14. Um ciclista sobe um morro a velocidade de 10 km/h e desce o outro lado do morro a 30 km/h. Qual a velocidade média neste percurso sendo a descida o dobro da subida?
15. Um móvel está na posição de 12 cm. Se ele se deslocar durante 5 s com velocidade de 3 cm/s, quais serão suas possíveis posições ao final do tempo indicado?

CLASSIFICAÇÃO DOS MOVIMENTOS

Todos os movimentos que ocorrem próximos ao ser humano são classificados para se poder estudá-los. Na chave da classificação, tem-se dois critérios:

a) **quanto a trajetória** : que é a linha sobre a qual o móvel se desloca, o movimento pode ser:

- a) **retilíneo**: o deslocamento do móvel ocorre sobre uma linha reta.
- b) **circular**: o caminho descrito pelo móvel é um círculo.
- c) **periódico**: quando o móvel volta a ocupar posições anteriores, num vai e vem contínuo.

b) **quanto a velocidade** : que é a taxa com que um móvel muda de posição no decorrer do tempo, o movimento pode ser:

- a) **uniforme**: é aquele no qual a velocidade do móvel não varia no decorrer do tempo, logo a velocidade final do móvel é igual à velocidade inicial.
- b) **variado**: é aquele em que há uma variação de velocidade no decorrer do tempo. O principal tipo considerado neste item é o movimento **uniformemente variado** que é aquele na qual a velocidade varia uniformemente no decorrer do tempo, logo, existe uma aceleração, que é constante.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME – M.R.U

Este movimento caracteriza-se por, em intervalos iguais de tempo o móvel percorrer distâncias sempre iguais, ou proporcionais ao tempo. Isto equivale a dizer que a sua velocidade é igual em cada intervalo de tempo considerado.

Se a velocidade de um móvel é de 60km/h, então em uma hora ele percorrerá 60km, em duas horas percorrerá 120km, e assim por diante.

A **equação horária** - ou **função horária do deslocamento** é a equação que caracteriza a posição ocupada por um móvel num instante específico de tempo, bem como descreve o movimento. Como caracterizar a posição deve-se entender como fornecer a localização do móvel.

Sendo $v = \Delta x / \Delta t$, sendo também $\Delta x = x - x_0$ e $\Delta t = t - t_0$ e ainda $t_0 = 0$, então:

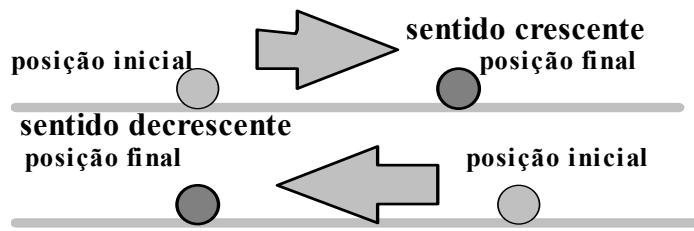
$$v = (x - x_0) / t$$

isolando-se o valor de x , obtém-se:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

que é a equação do deslocamento procurada.

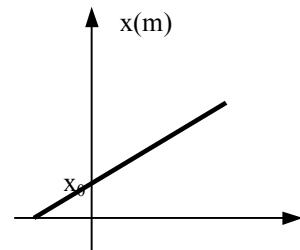
Nesta equação, se a velocidade for positiva ($v > 0$) indica que o móvel está se afastando do referencial no sentido crescente de uma reta numerada. E se a velocidade for negativa ($v < 0$) o sentido de deslocamento será o decrescente em relação à reta numerada:



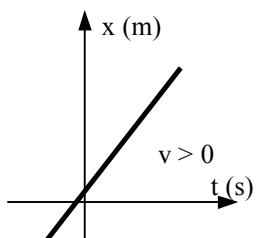
Gráficos do Movimento Retilíneo Uniforme

O gráfico de um móvel em **M.R.U.** será sempre uma função do primeiro grau, isto é, uma linha reta.

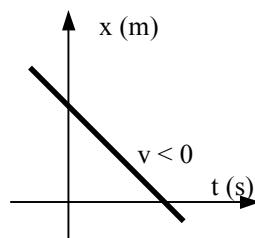
Observar que no instante inicial $t = 0$ a linha corta o eixo das ordenadas no plano cartesiano, caracterizando a posição inicial.



Quando a velocidade for positiva o gráfico será uma função crescente, e quando a velocidade for negativa, será uma função decrescente.



velocidade positiva



velocidade negativa

Observações:

- Para se saber qual é a posição inicial do móvel, faz-se com que o tempo, na equação horária seja igual a zero. Assim:

$$x = x_0 + v \cdot t \quad \text{com } t = 0 \quad \text{resulta} \quad x = x_0$$

- Para se descobrir qual é o instante em que o móvel estará sobre (ou na *origem das posições*) iguala-se a equação horária a zero. Assim:

$$x = x_0 + v \cdot t \implies x_0 + v \cdot t = 0$$

- Para se determinar a velocidade, retorna-se a equação de origem:

$$v = (x - x_0) / t \quad \text{logo} \quad v = (x - x_0) / (t - t_0)$$

- Para se determinar qual será o instante em que o móvel estará em determinada posição, faz-se:

$$t = (x - x_0) / v$$

EXERCÍCIOS

01. Determinar a função horária d'um móvel que parte da posição de 10m com velocidade de módulo 20m/s.

02. Em que instante um móvel com velocidade de 2,5m/s estará na posição de 40m, tendo partido da posição de 15m?

03. Um móvel parte da marca de 30m. No instante $t=20s$ encontra-se na marca de 90m. Qual sua velocidade?

04. Um móvel ocupa as posições indicadas nos respectivos tempos, abaixo relacionados na tabela:

e (m)	60	80	120	240
t (s)	1	2	4	10

Determinar:

- a) sua velocidade;
- b) sua posição inicial;
- c) sua equação horária.

05. Complete a tabela abaixo, escrevendo a *equação horária*, *posição inicial*, *velocidade*, *a posição e tempo* nas respectivas células:

equação horária	posição inicial e_0	Velocidade v	posição quando $t = 2s$	instante para que a posição de 50m
$e = 20 + 2t$				
	10	4		
	-20		0	
		-3		10
		-4	202	
	-50		-70	
		-5	50	
			100	8

06. Um caminhão de 22m de comprimento, atravessa uma ponte de 298m de comprimento, com velocidade de 54km/h. Quanto tempo demora para que todo caminhão atravesse a ponte?

07. Um móvel percorre a metade de seu trajeto com velocidade de 4,5m/s e a outra metade com velocidade de 6m/s. Qual sua velocidade média?

08. Um móvel desloca-se segundo a equação $e = 12 + 35t$. Qual o instante em que estará na posição de (a) 110m e (b) de 40m?

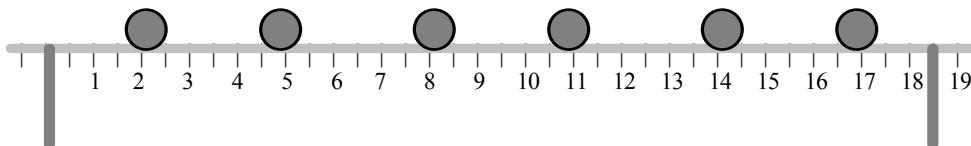
09. No mesmo instante, de um ponto partem dois veículos em direções perpendiculares, um deles com velocidade de 5m/s e o outro com 7m/s. Qual a distância entre eles ao final de 8s?

10. Duas cidades distam entre si em 800km. No mesmo instante parte da primeira cidade um veículo com velocidade de 55km/h, e da segunda cidade outro veículo com velocidade de 45km/h. Determine a hora e o local de encontro, e, trace o gráfico destes movimentos.

11. Um móvel parte da marca de 28km de uma rodovia com velocidade de 60km/h. No mesmo instante, da marca de 6km parte outro veículo com velocidade de 95km/h. Determinar o instante e a posição de encontro dos móveis, bem como o gráfico destes movimentos.

12. Um móvel parte da posição de 35m com velocidade de 3m/s. Depois de 40s, da posição de 50m parte outro móvel com velocidade de 5m/s. Determine o instante e a posição de encontro.

13. O desenho abaixo representa um M.R.U.:



A partir destes dados, determine:

a) a velocidade do móvel;

b) escreva sua equação horária;

* *nota:* o intervalo de tempo entre uma posição e outra é de $\frac{1}{4}$ de segundo.

14. Um trem de 200m de comprimento com velocidade de 36km/h, gasta 36 segundos para atravessar totalmente uma ponte. Determine o comprimento da ponte.

15. Um automóvel mantém sua velocidade constante de 72km/h. Determinar seu deslocamento em 1hora e 10minutos.

MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO – M.R.U.V.

Tem-se um movimento (retilíneo) uniformemente variado toda vez que um móvel, no decorrer do tempo tem sua velocidade aumentada (ou diminuída) de modo uniforme no decorrer do tempo. Neste caso entra em ação a aceleração. Se esta for positiva o movimento é acelerado e a velocidade aumenta no decorrer do tempo, se, porém for negativa, o movimento é retardado e a velocidade diminui no decorrer do tempo.

A aceleração, como visto anteriormente, mede a taxa da variação da velocidade:

$$a = \Delta v / \Delta t \text{ ou } a = (v - v_0) / t$$

FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE

Sendo a aceleração constante, e a variação de velocidade proporcional ao tempo, tem-se que:

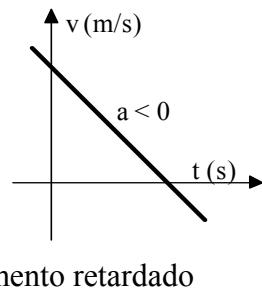
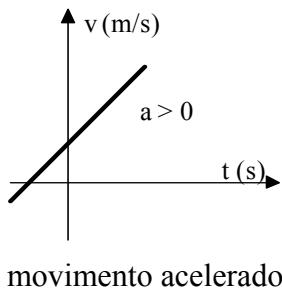
$$v - v_0 = a \cdot t$$

se, conhecida a velocidade inicial (v_0), a velocidade final (v) pode ser determinada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

que constitui a equação horária da velocidade, cujo objetivo é o de informar o valor da velocidade de um móvel num instante (t) específico de tempo.

Por ser uma equação do 1º em t , seu gráfico será uma linha reta:

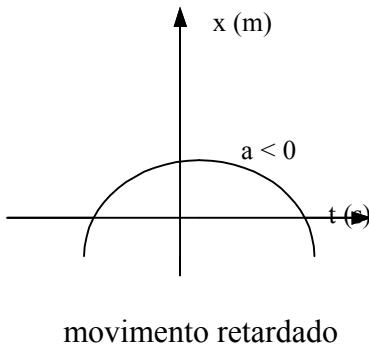
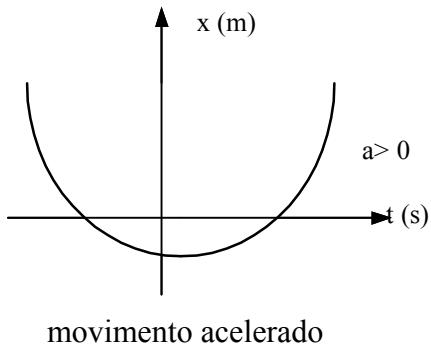


FUNÇÃO HORÁRIA DO DESLOCAMENTO

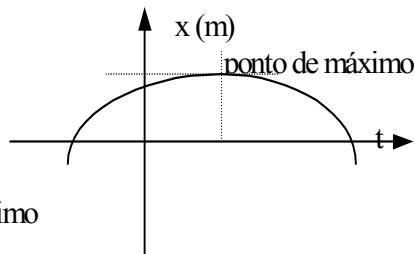
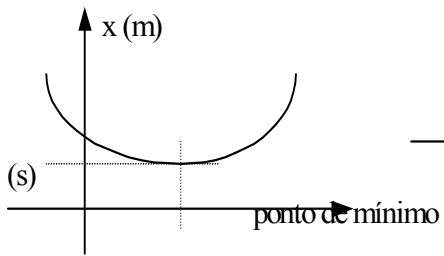
Esta equação tem por objetivo localizar o móvel sobre sua trajetória. Sendo x_0 a posição inicial, v_0 a velocidade inicial e a a aceleração, então a posição x ocupada pelo móvel no instante t será dada por:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Dado o fato de ser uma equação do 2º grau para o tempo, seu gráfico será sempre uma parábola. Quando a aceleração é positiva a concavidade fica voltada para cima, e quando é negativa fica voltada para baixo:



Nos pontos de máximo e mínimo a velocidade é nula e o móvel muda de sentido de deslocamento:



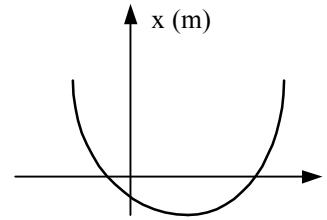
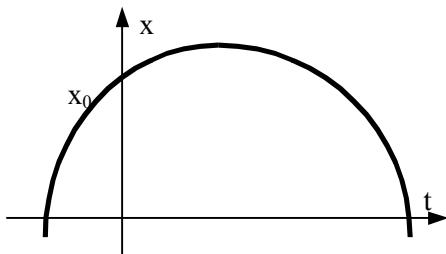
Nestes gráficos, o instante em que o móvel se encontra sobre o referencial ocorre quando a linha do gráfico corta o eixo horizontal do tempo, que corresponde as raízes da equação $e = f(t)$.

Para se determinar o instante no qual isto ocorre usa-se:

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4 \frac{1}{2} \cdot a \cdot e}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a} \text{ ou, mais simplificadamente:}$$

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot a \cdot e}}{a}$$

Finalmente, quando a linha do gráfico “corta” o eixo vertical, da posição ocupada tem-se a posição inicial:



VELOCIDADE MÉDIA

Dado o fato de a velocidade estar variando de instante a instante, de modo uniforme, define-se a velocidade média como sendo a média aritmética entre a velocidade inicial (v_0) e a final (v). Assim:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2}$$

EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Esta equação visa relacionar as velocidades inicial e final do móvel com o espaço por ele percorrido. Ela é independente do tempo.

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta e$$

Exercícios

01. Um móvel tem equação horária de deslocamento $x = 4 + 2t + 2t^2$. Baseado nesta equação, determinar:

- a) sua posição inicial;
- b) sua velocidade;
- c) sua aceleração;
- d) a equação da velocidade;
- e) se é acelerado ou retardado;
- f) a posição que estará no instante $t = 3s$;
- g) o instante em que estará na origem;

h) o instante em que a velocidade é nula.

02. Durante uma experiência observou-se que no instante inicial uma partícula tinha velocidade de 1m/s, e que, ao final de três segundos sua velocidade era de 4m/s. Sendo sua posição inicial de 1m, determinar:

- a) sua aceleração;
- b) a equação da velocidade;
- c) a equação do deslocamento;
- d) a velocidade após percorrer 4m;
- e) o gráfico da velocidade no intervalo dado;
- f) o gráfico do deslocamento no intervalo considerado.

03. No instante $t_0 = 0\text{s}$ a velocidade de um móvel é de 40m/s e, no instante $t=10\text{s}$ sua velocidade é de 50m/s. Determinar:

- a) a velocidade média;
- b) sua aceleração;
- c) a posição que estará sendo ocupada no instante $t = 5\text{s}$, sendo a posição inicial de 125m.

04. Uma partícula tem velocidade inicial de 2m/s, aceleração de 3m/s^2 e sua posição inicial é de -3m. A partir destes dados, determinar:

- a) o gráfico da velocidade;
- b) o gráfico do deslocamento;
- c) o instante no qual a velocidade é nula;
- d) o instante em que o móvel passa pela origem (ou referencial);
- e) a velocidade após percorrer 30m.

05. Complete a tabela abaixo:

EQUAÇÕES		DADOS			POSIÇÃO		VELOCIDADE	
velocidade	horária	v_0	a		$t = 2\text{s}$	$t = 10\text{s}$	$t = 1\text{s}$	$t = 5\text{s}$
	$v = 10 + 2t + 2t^2$							
$v = 4 + 2t$		5						
		2					4	14
			5	2	20			
		4		3		234		
		-5	-2		-5			
		-10	2				7	
$v = -3 - 2t$						70		
						200	12	20

06. Um trem de 300m de comprimento, ao iniciar a travessia de um túnel tem velocidade de 12m/s e aceleração de -4m/s^2 . Determinar o tempo necessário para atravessá-lo, sendo o comprimento do túnel de 1200m.

07. Duas cidades distam entre si em 600km. Da primeira cidade parte um automóvel cuja velocidade inicial é de 10km/h e aceleração de 20km/h^2 , no mesmo instante que da segunda cidade parte outro automóvel, cuja velocidade inicial é de -20km/h e aceleração de -25km/h^2 . Determinar:

- a) o instante em que eles se encontram;
- b) a posição na qual ocorre o encontro;
- c) as velocidades no encontro.

08. Um míssil é lançado da uma cidade **A** para **B**, com velocidade inicial de 100km/h e aceleração de 100km/h^2 . A distância entre as duas cidades é de 1200km. Quando o míssil está a 300km da cidade **B** o radar o detecta e imediatamente é lançado um anti-míssil cuja velocidade inicial é de -200km/h e aceleração de -180km/h^2 . Determinar o instante, posição e velocidades de encontro.

09. Do alto de um edifício de 60m de altura atira-se uma bola para baixo com velocidade inicial de 2m/s. Qual será a velocidade do mesmo ao chegar no solo, sendo a aceleração da gravidade de 10m/s^2 .

10. Uma partícula move-se a 50m/s. Em determinado instante ela fica sujeita a uma força que a acelera em 8m/s^2 . Qual será sua velocidade ao final de 2s.

11. Um veículo desloca-se a 20m/s. Cessadas as forças que o mantém a essa velocidade, ele vai diminuindo sua velocidade até parar, em 10s. Qual o módulo da desceleração?

12. Um veículo muito “pesado” move-se a 5m/s. A partir de certo instante ele recebe a ação de uma aceleração de $0,4\text{m/s}^2$. Quanto tempo depois o veículo atingirá a velocidade de 10m/s?

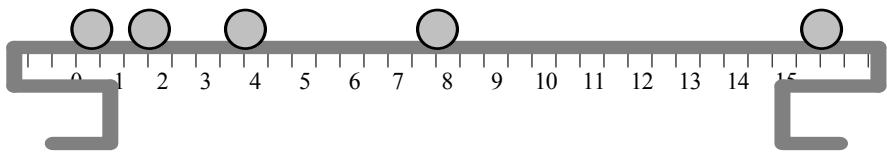
13. Um móvel inicialmente em repouso, parte com aceleração de 8m/s^2 . Depois de quanto tempo ele terá percorrido 36m?

14. Um trem se desloca com velocidade de 18km/h. A partir de certo instante o maquinista aciona os freios produzindo uma desaceleração de módulo $0,2\text{m/s}^2$. Que distância o trem percorre após 20s?

15. Uma bala atinge um bloco de madeira com velocidade de 400m/s, e penetra nele 10cm, até atingir o repouso. Qual a aceleração da bala, supondo ser o movimento uniformemente variado?

16. Para se conseguir decolar certo tipo de aeroplano, necessita-se de uma velocidade mínima de 360km/h. Que aceleração se deve imprimir a ele, para conseguir decolá-lo numa pista de 1000m?

17. A figura a seguir ilustra um M.R.U.V., onde o intervalo de tempo entre uma posição e outra é de $\frac{1}{5}$ de segundo.



Considerando que a velocidade inicial da esfera é nula, então determine:

- a) sua aceleração;
- b) suas equações horária e da velocidade;
- c) os gráficos deste movimento;
- d) qual o instante em que a esfera estaria na posição de 60cm?

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME - M.C.U.

Um móvel estará em M.C.U. quando a trajetória relativa a seu movimento for um círculo e sua velocidade for constante, isto é, não aumente e nem diminua no decorrer do tempo.

O espaço angular percorrido por uma partícula corresponde ao ângulo formado em relação ao ponto de referência. É medido em radianos, sendo para tanto estabelecida a relação entre o comprimento (e) do arco, e o raio do círculo:

$$\varphi = \frac{e}{R}$$

onde: e = comprimento do arco;

R = raio do círculo;

φ = espaço angular.

A **velocidade angular** é determinada como sendo o espaço angular percorrido pelo móvel num intervalo de tempo, ou seja, é a taxa da rapidez com que um móvel muda de posição sobre a circunferência no decorrer do tempo:

$$\omega = \Delta\varphi / \Delta t$$

A partir dai, pode-se obter facilmente a equação do deslocamento angular do móvel, que será:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

O movimento será progressivo se o espaço angular aumentar no decorrer do tempo ($\varphi > \varphi_0$) e será retrógrado se ocorrer o contrário ($\varphi < \varphi_0$).

Dado o fato de o movimento ser uniforme e em círculos, as características deste movimento hão de se repetir em intervalos regulares de tempo. Este intervalo recebe o nome de **período**. Período é então, o intervalo de tempo necessário para o móvel completar uma volta completa. Sendo a volta completa igual a circunferência, ou seja 2π radianos, e a velocidade angular ω , tem-se que o período T , será:

$$T = \Delta\varphi / \omega \implies T = 2\pi/\omega \quad \text{ou então} \quad T = 2\pi R/v$$

A **freqüência** por sua vez é o número de repetições de posições durante um intervalo de tempo. Como a velocidade angular é ω , e o espaço mínimo para que haja uma repetição é igual a uma volta completa, ou seja 2π , teremos:

$$f = \omega / 2\pi \quad \text{ou} \quad f = v / 2\pi R$$

Ao se observar que $f = \omega / 2\pi$ e $T = 2\pi / \omega$, conclui-se de imediato que a freqüência e o período são inversamente proporcionais. Assim:

$$T = 1/f \quad \text{e} \quad f = 1/T \quad \text{ou ainda, } f \cdot T = 1$$

Neste tipo de movimento não há aceleração que venha a aumentar ou diminuir a velocidade do móvel. Há porém a **aceleração centrípeta** que é responsável pela variação da direção da velocidade, bem como da direção seguida pelo móvel, que é calculada por:

$$a_c = \omega^2 R \quad \text{ou} \quad a_c = 4\pi^2 R / T \quad \text{ou ainda} \quad a_c = v^2 / R$$

Exercícios:

01. Dois relógios A e B tem diâmetros de 5 e 30cm. Determine as velocidades angulares e lineares dos ponteiros de cada relógio.

02. Um toca-discos efetua $33\frac{1}{3}$ r.p.m. Qual sua velocidade angular?

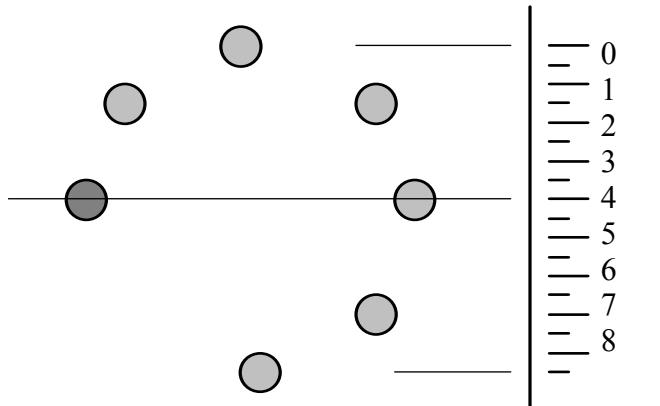
03. Um elétron movimenta-se em trajetória circular em torno do núcleo com velocidade escalar de $2,2 \cdot 10^6$ m/s, constante. Sendo o raio da órbita de $0,5 \cdot 10^{-10}$ m, determinar (a) a velocidade angular do elétron em torno do núcleo, (b) a aceleração centrípeta e (c) a frequência de rotação.

04. Um móvel percorre uma trajetória circular de 5cm de raio, em M.C.U., efetuando 120 r.p.m. Determinar:

- a) o período;
- b) a velocidade angular;
- c) a aceleração centrípeta.

05. A roda de uma locomotiva efetua 120 r.p.m. Determinar as velocidades angular e linear d'um ponto situado a 30cm sobre o eixo.

06. A figura ao lado ilustra um M.C.U. Considerando que o intervalo de tempo entre uma posição e outra é de $\frac{1}{2}$ segundo, tendo o movimento iniciado na posição onde a “bolinha” é mais escura, determine as velocidades linear e angular, bem como a aceleração centrípeta.

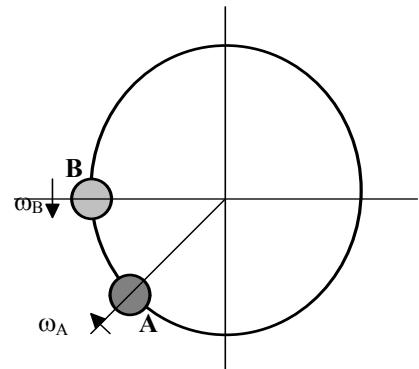


07. Dois discos de papel são fixos sobre um eixo que gira a 2,5 Hz, distanciados entre si em 40cm. Dispara-se um projétil que perfura os dois discos, formando um ângulo de 30° ($\pi/6$ rad) entre os furos. Qual a velocidade do projétil?

08. Qual a velocidade angular da Terra? E da lua em torno da Terra? E da Terra em torno do Sol? Converta estas velocidades em medidas lineares.

(Dados: $R_T = 6\,400$ km ; $d_{\text{Terra},\text{Lua}} = 384\,000$ km ; $d_{\text{Terra},\text{Sol}} = 150\,000\,000$ km)

09. Duas marcas sobre um disco distam entre si em $\pi/6$ rad. Do ponto A parte um móvel com velocidade de $-\pi/4$ rad/s, no mesmo instante que de B parte para A outro móvel com velocidade de $\pi/2$ rad/s. Determinar a posição e o instante de encontro entre eles, sabendo-se que o ponto B situa-se na posição de π rad.



10. Um móvel em M.C.U. parte da posição de $\pi/2$ rad, e após 6s, encontra-se na posição de $7\pi/4$ rad. Determinar sua velocidade angular bem como sua equação horária.

11. Um elétron cuja velocidade é de $4 \cdot 10^5$ m/s fica sob a ação de um campo magnético que o leva a descrever uma órbita de raio $R = 3$ m. Qual a aceleração centrípeta deste elétron?

DINÂMICA

Estudou-se nos capítulos anteriores a estática - parte da física que trata das forças sem levar em consideração seus efeitos sobre os corpos - e a cinemática - parte que estuda os movimentos sem levar em conta suas causas.

Para estabelecer as bases da dinâmica, assenta-se seu estudo sobre três leis fundamentais, que explicam o que acontece a um corpo se sobre atuar uma força. Estas três leis foram melhor enunciadas, após longo estudo, por ISAAC NEWTON, recebendo por este motivo a designação de Leis de Newton. São elas:

1^a LEI DE NEWTON, OU PRINCÍPIO DA INÉRCIA:

Atividade xx:

Monte uma pequena rampa, com um pedaço de papelão. Na base da rampa, coloque um corpo pesado – que será o obstáculo. Do alto da rampa solte um carrinho, sobre o qual está um pequeno objeto, simplesmente apoiado. O que acontece ao objeto quando o carrinho bate no obstáculo?

Atividade xx:

Amarre na parte de frente de um carrinho, uma pedrinha – de massa superior à do carrinho – por meio de um barbante. Sobre o carrinho coloque um pequeno objeto. Deixe o carrinho longe da borda da mesa e faça com que a pedrinha caia ao lado da mesa. O que acontece com o objeto que estava sobre o carrinho?

Atividade xx:

Empilhe várias caixinhas de CDs ou moedas. Com uma régua bata fortemente na caixinha (ou moeda) que está embaixo de toda a pilha. O que acontece com a caixinha que recebeu a batida? E com o resto do conjunto?

“Toda vez que sobre um corpo não houver a ação de forças, ou a sua resultante for nula, o corpo tende a manter-se em repouso ou em M.R.U.”

Este princípio foi proposto inicialmente por Galileu, porém Newton o explicou melhor.

Ele exprime que se nenhuma força atuar sobre um móvel ele permanecerá em repouso ou em movimento uniforme, e também, se um móvel estiver em movimento e nenhuma força for exercida sobre o mesmo, ele tenderá a manter-se em movimento.

2^a LEI DE NEWTON, OU PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA:

Atividade xx:

Amarre na parte de frente de um carrinho, um suporte onde se poderão colocar moedas, por meio de um barbante, que ficará pendurado ao lado da mesa. Colocar uma moeda no suporte e deixar o carrinho se deslocar, medindo, sobre a mesa, a distância percorrida e com um cronômetro o tempo gasto. A partir destes dados, determinar a aceleração do carrinho.

Aumentar, no suporte, o número de moedas e repetir as medidas de tempo e aceleração.

O que acontece à aceleração quando se aumenta o número de moedas?

Sabendo-se que, quanto mais moedas, mais força se aplica ao carrinho, qual a relação entre a força e a aceleração?

“Quando uma força atuar sobre um corpo de massa qualquer durante um certo intervalo de tempo, este sofrerá uma variação de velocidade proporcional à força aplicada. Assim:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \quad \text{então} \quad F = m \cdot a$$

onde F = força

m = massa

a = aceleração

Δt = intervalo de tempo de ação da força

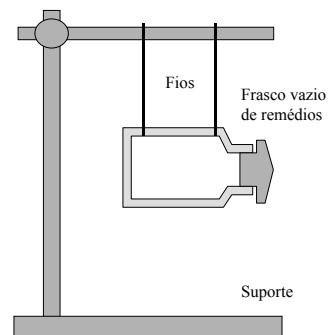
Δv = variação da velocidade do corpo”

É evidente que, se sobre um corpo inicialmente em repouso for aplicada uma força, esta fará com que o corpo passe a se deslocar cada vez mais rápido, isto é, ele estará acelerado. Porem, se sobre um corpo em movimento for aplicada uma força, em sentido oposto ao movimento, este sofrerá um retardamento. Assim sendo, pode-se ampliar o conceito especificando que a aceleração sofrida por um móvel é proporcional à força resultante que age sobre o corpo.

3^a LEI DE NEWTON, OU PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO:

Atividade xx:

Prepare a montagem experimental ilustrada ao lado. Dentro do vidro de remédios é colocado um pouquinho de água. A seguir aquece-se, por meio de uma vela ou lamparina o vidrinho de remédios até a vaporização da água. Observar e descrever o ocorrido.



“A toda ação (força) aplicada a um corpo, corresponde uma reação de igual intensidade, porém de sentido oposto.”

É baseado neste princípio que se movem os veículos, os animais, as pessoas e etc.

EXERCÍCIOS:

01. Uma força de 25N atua durante 20s sobre um corpo de 400kg. Qual sua variação de velocidade?
02. Durante quanto tempo uma força de 25N deve atuar sobre um corpo de 400kg para que sua velocidade aumente de 2m/s para 4m/s?
03. Qual o valor da força atuante sobre um corpo de 40kg para que em 6s sua velocidade passe de 3 para 3,5m/s?
04. A velocidade de um móvel é de 4m/s. Qual será sua velocidade se, durante 15 segundos atuar sobre ele uma força de 2N, sendo sua massa de 20kg. Considere que a força pode ser aplicada a favor ou contra o movimento.
05. Qual será a aceleração de um móvel de 40kg se sobre ele atuar uma força de 20N?
06. Qual força deve-se aplicar a um corpo de 60kg para que ele sofra uma aceleração de 2m/s²?
07. Quando uma força de 80N atua sobre um corpo, produz nele uma aceleração de 1,6m/s². Qual a massa deste corpo?
08. No corpo abaixo atuam as forças $F_1 = 2\text{N}$; $F_2 = 3\text{N}$ e $F_3 = 4\text{N}$. Qual é a aceleração sofrida pelo móvel? Qual é a resultante das forças?

solução:

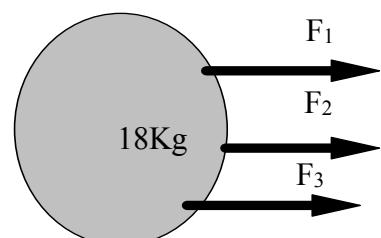
A resultante é obtida pela soma das forças. Visto que elas tem mesma direção e sentido:

$$R = F_1 + F_2 + F_3$$

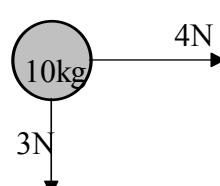
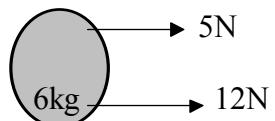
$$R = 2 + 3 + 4 \implies R = 9\text{N}$$

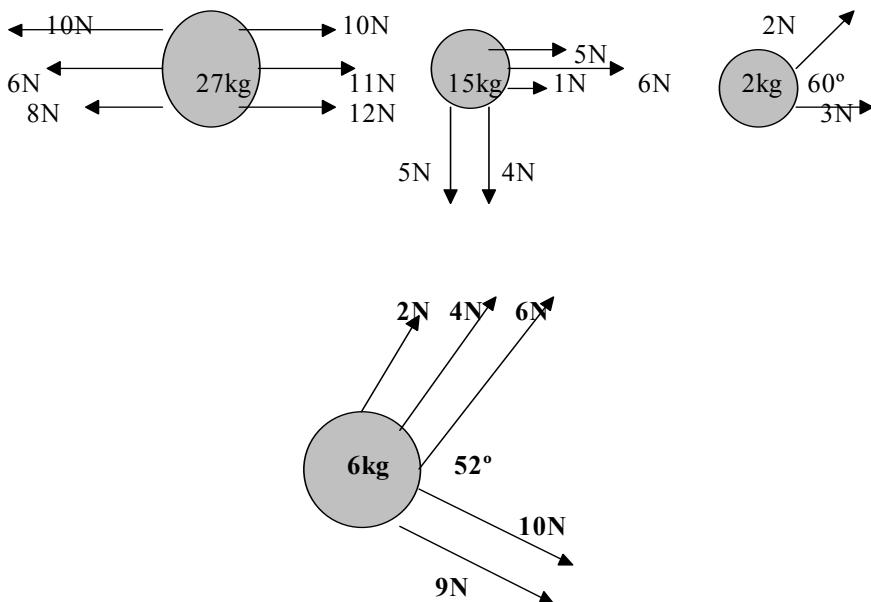
A aceleração sofrida pelo corpo será:

$$R = m \cdot a \implies a = R/m = 9/18, \text{ logo } a = 0,5\text{m/s}^2$$



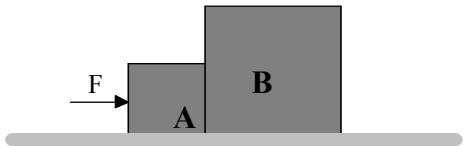
08. Nos sistemas abaixo determinar a força resultante bem como a aceleração adquirida pelos corpos:





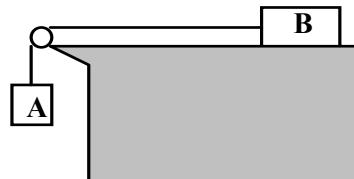
09. Supondo $g = 9,80665\text{m/s}^2$, qual será o peso de um corpo cuja massa é 50kg?

10. Os blocos **A** e **B** de massas, 2 e 3kg encontram-se sobre uma superfície horizontal e lisa. É aplicado ao conjunto uma força de 20N, sobre o bloco **A**, conforme a figura ao lado. Determinar:



- a) a aceleração do conjunto;
- b) a força que o bloco **A** exerce no bloco **B**.

11. Os corpos do sistema ao lado cujas massas são respectivamente $m_A = 5\text{kg}$ e $m_B = 15\text{kg}$ são liberados a partir do repouso. Considerando desprezível a massa do fio e sendo $g = 10\text{m/s}^2$, determinar:



- a) a aceleração do sistema;
- b) a tração no fio que une **A** a **B**.

TRABALHO DE UMA FORÇA

Ocorre um trabalho quando pela ação de uma força (F) um móvel sofre um deslocamento (d) em relação a sua posição inicial, sendo seu módulo determinado por:

$$\tau = F \cdot d$$

Esta fórmula será utilizada quando a ação da força for paralela ao sentido de deslocamento do corpo. Quando a força formar um ângulo qualquer em relação ao sentido de deslocamento projeta-se a força no respectivo sentido, obtendo:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

Assim:

$$\begin{aligned}\tau &= F \cdot d \\ \tau &= F \cdot d \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$



A força sendo medida em Newtons, e o deslocamento em metros, fornecerá como unidade de trabalho o joule. Assim:

$$Joule = \text{Newton} \times \text{metro} \implies 1 J = 1 N \cdot 1 m$$

EXERCÍCIOS:

01. Aplica-se 25N sobre um corpo e ele se desloca 5m. Qual o trabalho realizado?
02. Um corpo de 200kg, tem sua velocidade alterada de 2m/s para 5m/s num tempo de 3s. Nestas condições determine o trabalho realizado.
03. Qual o trabalho realizado para se deslocar 12m um corpo, empregando uma força de 15N?
04. Para se deslocar um corpo em 20m realizou-se um trabalho de 500J. Qual a força aplicada?
05. Um garoto puxa um caminhão de brinquedo com uma força de 0,5N por 20m, formando um ângulo de 60° em relação à horizontal. Qual o trabalho realizado?
06. Uma força foi aplicada a um móvel, efetuando um trabalho de 500J, sendo a força de 40N e o ângulo formado de 45°. Qual o deslocamento do móvel?
07. Uma pessoa ergue um corpo de massa 25kg num local onde a aceleração da gravidade é 9,79m/s², a uma altura de 1,5m. Qual o módulo do trabalho realizado?
08. Sobre um corpo atua uma força, que o desloca em 3m para a direita, em seguida 4m para cima, com intensidade de 20N. Qual o trabalho realizado?
09. Um corpo é deslocado em 5m à direita da posição inicial e em seguida de volta a posição inicial, empregando para tanto uma força de 400N. Que trabalho se realizou?
10. Para se elevar um corpo em 3m, num local onde $g = 9,8m/s^2$, desprende-se um trabalho de 2000J. Qual a massa do corpo?
11. Em 200m, a força que atua sobre um corpo faz com que sua velocidade passe de 20 para 25m/s, qual o trabalho realizado, sendo a massa do corpo de 450kg?

POTÊNCIA

Encara-se a potência como sendo a rapidez com que se realiza determinado trabalho. Numericamente corresponde ao quociente do trabalho pelo tempo:

$$P = \tau / \Delta t$$

Se for considerado que $\tau = F \cdot d$, logo $P = F \cdot d / \Delta t$, como $d / \Delta t = v$, então:

$$P = F \cdot v$$

Porém se se considerar que $\tau = m \cdot a \cdot d$, então:

$$P = m \cdot a \cdot d / \Delta t$$

A diferença entre as duas primeiras fórmulas anteriores é que a primeira evidencia a potência média, e , a segunda fornece a potência instantânea.

Sendo o trabalho medido em Joules e o tempo em segundos, a unidade da potência será o Watt, assim:

$$Watt = Joule / segundo \implies 1W = 1J / 1s$$

Com o advento das máquinas na revolução industrial, comparava-se (e ainda hoje se o faz, sem no entanto sabê-lo) o trabalho realizado pela máquina com o equivalente realizado por um ou mais cavalos. Surgiu assim o *Horse Power (HP)*, o *cavalo vapor (CV)*, sendo que:

$$1\text{ CV} = 735,7\text{ W}$$

$$1\text{ HP} = 745,8\text{ W}$$

Pode-se ainda utilizar, para a medida de trabalhos o *kilowatt-hora*, que corresponde ao trabalho realizado por 1KW em uma hora:

$$P = \tau / \Delta t \quad \text{logo} \quad \tau = P \cdot \Delta t$$

$$\text{sendo } P = 1\text{ KW} = 1000\text{ W}$$

$$\Delta t = 1\text{ hora} = 3600\text{ segundos}$$

$$\text{então } 1\text{ Kwh} = 3 \times 10^6\text{ J}$$

EXERCÍCIOS:

01. Em 20s uma máquina desloca um corpo de 200N em 3m. Qual a potência desta máquina?

02. Para manter-se a 90km/h um veículo emprega uma força de 600N. Qual a potência do motor, expressa em Watts? E em HP?

03. Em 14s um automóvel passa de zero a 100km/h. Qual sua potência, considerando que sua massa é de 956kg?

04. Uma força realiza um trabalho de 23J em 0,2s. Qual a potência desta força?

05. Qual o trabalho realizado por um motor que durante 4 minutos forneceu 5CV de potência?

06. Um automóvel de 1000Kg possui 50CV de potência. Qual o tempo necessário para ele subir uma encosta cujo ponto mais alto está a 80m de altura? Considerar $g = 10\text{m/s}^2$?

07. Qual é potência média mínima necessária par se poder bombear 1000 litros de óleo ($\mu = 0,8\text{ g/cm}^3$) a uma altura de 5 metros em 15 minutos?

ENERGIA

A energia é o que há de essencial para que se possa realizar um trabalho. Toda vez que há uma variação na energia de um sistema ou de um corpo, então o corpo ou o sistema realizaram um trabalho. Nesta situação a energia inicial do corpo ou sistema é maior que a energia final.

Mas, se a energia final for maior, logo o corpo recebeu energia, portanto sobre ele realizou-se um trabalho.

Mecanicamente, tem-se dois tipos de energia:

- **energia cinética:** é aquele que se encontra armazenada e disponível em corpos que estão se movendo, com uma velocidade bem determinada.
- **energia potencial:** é aquela que está armazenada em corpos que estejam a determinada altura ou esticados em certa distância, assim pode ser:
 - **gravitacional:** encontra-se armazenada em corpos que estão a uma certa altura em relação ao chão , ou nível de referência.
 - **elástica:** encontra-se armazenada em corpos elásticos que estão deformados.

ENERGIA CINÉTICA:

Como visto, a energia cinética se encontra em corpos em movimento. Determina-se seu módulo pela seguinte expressão:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

onde: m = massa do corpo, expressa em quilogramas;

v = velocidade do corpo expressa em m/s;

E_c = energia cinética, expressa em Joules.

ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL:

Esta intimamente ligada à posição que o corpo se encontra acima de um nível de referência. Seu módulo é encontrado por:

$$E_P = m \cdot g \cdot h$$

onde m = massa do corpo, expressa em quilogramas;

g =aceleração da gravidade, expressa em m/s^2

E_P =energia potencial, expressa em Joules.

ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA:

Já se sabe que esta está ligada a corpos elásticos que possuem certa deformação, e que podem, de um instante para outro virem a liberar esta energia. Pode ser calculada por:

$$E_E = \frac{1}{2} k \cdot \Delta x$$

onde k =constante elástica do corpo, expressa em N/m;

Δx =deformação produzida no corpo, expressa em metros;

E_E =energia elástica, expressa em Joules.

EXERCÍCIOS:

01. Um corpo de 5kg desloca-se a uma velocidade de 2m/s. Qual sua energia cinética?

Prof. Marcos G Degenhardt

02. Um automóvel de uma tonelada, desloca-se a 90km/h. Qual sua energia cinética?
03. Um móvel inicia um passeio a 18km/h e o termina em 36km/h. Considerando que a massa do móvel é de 500kg, qual a variação na energia cinética deste móvel?
04. Um móvel tem energia cinética de 6J, estando a uma velocidade v qualquer. Qual será a energia cinética deste móvel se sua velocidade duplicar?
05. Uma partícula de massa $m = 1,6 \times 10^{-26}$ kg move-se com velocidade de $0,9c$. Qual sua energia cinética?
06. Um corpo de massa $m=5$ kg encontra-se apoiado sobre uma mesa de altura de 1,05m. Considerando $g=10$ m/s², qual é a energia potencial de tal corpo?
07. A que altura se deve suspender um objeto de 15kg para que ele tenha energia potencial de 300J?
08. Eleva-se um objeto de 40kg de uma altura de 4 para 10m. Quanto varia a energia potencial de tal corpo?
09. Uma pessoa de 75kg entra no elevador no 3º andar de um edifício e sobe até o 11º. Qual foi o acréscimo da energia, considerando que cada andar tem 3m de altura?
10. Um objeto numa altura h qualquer tem energia de 30J. Qual será sua energia se ele for colocado na metade da altura inicial?
11. Uma mola de constante elástica de 200N/m encontra-se esticada em 10cm. Qual a energia elástica armazenada?
12. Suspende-se um corpo de 20N em uma mola cuja constante elástica é 400N/m. Qual será a energia acumulada nesta mola?
13. Uma mola se encontra esticada em 10cm. Num certo instante se aplica uma força e sua distensão passa a 15cm. Considerando que sua constante elástica seja 300N/m, qual a variação na energia elástica?
14. Uma mola encontra-se deformada em 20cm e tem armazenada 8J. Qual a constante elástica desta mola?

ENERGIA MECÂNICA TOTAL

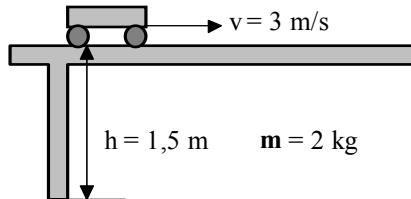
Num determinado instante, um corpo pode apresentar mais de um tipo de energia. Desta forma, determina-se a energia mecânica que um corpo apresenta neste instante como sendo a soma de todas as energias que o corpo apresenta. Assim:

$$E_M = E_C + E_P + E_E$$

EXERCÍCIOS:

01. Após chutar um bola de futebol, a mesma se encontra a uma altura de 7m com velocidade de 25m/s. Se a bola tem massa de 400g, qual a energia mecânica desta bola?

02. Qual a energia mecânica do corpo ilustrado na figura ao lado, sendo $g=10\text{m/s}^2$.



03. Uma bola de 200g é chutada para cima. Sua energia ao nível do solo é de 50J. Qual sua energia a 5m de altura? Qual será a maior altura atingida?

04. Um corpo é solto do alto de um penhasco de 200m de altura. Determinar sua velocidade quando estiver a 50m do solo. Qual sera sua velocidade ao chegar no solo?

05. Uma bola de bilhar de massa 200g é arremessada contra uma mola de constante elástica 100N/m. Qual a energia mecânica do sistema quando a mola estiver deformada em 5cm, sendo que neste instante a velocidade da bola é 4m/s.

PRINCÍPIO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

“A energia não pode ser criada e nem destruída, mas somente transformada de um tipo em outro.”

Ao se abandonar um corpo de uma altura qualquer, sua energia potencial diminui a medida que o corpo se aproxima do solo, ao passo que a energia cinética aumenta, pois aumenta a velocidade do corpo durante a queda. Assim, enquanto “desaparece” a energia potencial, “aparece” a energia cinética. Dizemos que a energia potencial foi transformada em energia cinética.

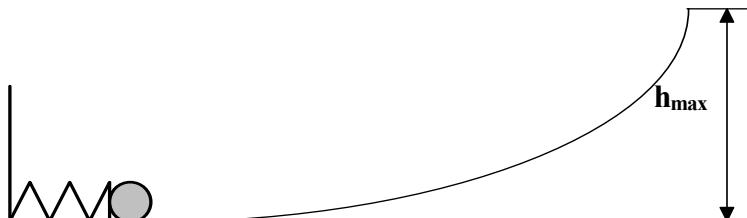
A energia mecânica se conserva durante a transformação, desta forma a energia mecânica existente no início da transformação é igual a energia mecânica no final da mesma:

$$\mathbf{E_{M\ i}} = \mathbf{E_{M\ f}}$$

EXERCÍCIOS:

01. Um corpo é laçado do solo, verticalmente para cima com velocidade inicial de 30m/s. Admitindo-se $g = 10 \text{ m/s}^2$, determinar a altura máxima atingida em relação ao solo.

02. Uma bola de massa 100g é comprimida contra uma mola de constante elástica 200N/m, e a seguir é abandonada. Determinar a altura máxima atingida pela bola sendo a deformação inicial da mola de 50cm.



03. Uma criança escorrega de um escorregador para baixo. Sendo de 20kg a massa da criança e de 3,20 metros a altura do escorregador, determinar a velocidade com que a criança chega no ponto mais baixo do mesmo.

04. Um corpo de massa 1kg cai de uma altura de 5m sobre uma mola de constante elástica de 100N. Qual a deformação que a mola apresentará no equilíbrio?

05. Um corpo de massa 2kg e velocidade de 5m/s se choca contra uma mola de constante elástica $k=2000\text{N/m}$, conforme a figura abaixo:

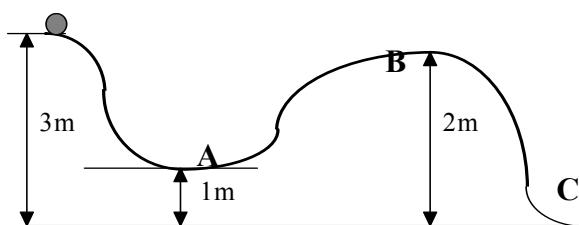


O corpo comprime a mola até parar, não havendo atritos. Determinar:

- Qual energia potencial armazenada na mola?
- A máxima deformação provocada na mola.

06. Um menino desce um tobogã de 10m de altura, a partir do repouso. Supondo que na descida 50% da energia seja dissipada em atritos, qual será a velocidade com que o menino chegará à base do tobogã.

07. O corpo indicado tem massa de 300g. Determinar a velocidade com que ele passa nos pontos A, B e C indicados.



TEOREMA DA ENERGIA CINÉTICA

Como foi determinado na introdução à energia, toda vez que há a variação da energia é porque houve uma realização de um trabalho. Assim:

$$\tau = \Delta E \quad \text{logo} \quad \tau = E - E_0$$

Se considerarmos os diversos tipos de energia, obteremos que o trabalho realizados será:

- para o caso da energia cinética: $\tau = \frac{1}{2} m(v^2 - v_0^2)$
- para o caso da energia potencial: $\tau = m \cdot g \cdot (h - h_0)$
- para o caso da energia elástica: $\tau = \frac{1}{2} k \cdot (x^2 - x_0^2)$

EXERCÍCIOS:

01. Qual o trabalho realizado por uma força para fazer variar a velocidade de um móvel de 100kg de 6m/s para 10m/s?

02. Um projétil de 20g atinge um bloco de madeira com velocidade de 250m/s e nele penetra 30cm. Qual o módulo da força resistiva imposta pela madeira?

03. Um móvel de 840kg percorre uma estrada reta e horizontal a 72km/h. A partir de um certo instante são aplicados os freios, reduzindo sua velocidade para 18km/h. Determinar o trabalho realizado pela força resistente?

04. Um corpo de 20kg move-se com velocidade inicial de 5m/s, quando passa a sofre a ação de uma força resultante de 10N, atingindo a velocidade final de 8m/s. Sabendo-se que ação da força é constante e paralela ao deslocamento do corpo. Determinar:

- a) o trabalho resultante;
- b) o deslocamento no processo descrito;
- c) o intervalo de tempo na fase de aceleração.

IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A experiência nos mostra que, se quisermos frear uma bicicleta que possui velocidade de 10 m/s, em 1 s, será necessário aplicar uma força muito intensa. Se em vez da bicicleta considerarmos um carro animado de igual velocidade e se quisermos freá-lo no mesmo intervalo de tempo, necessitaremos de uma força de intensidade muito maior. Por outro lado, se o carro tivesse velocidade de 20 m/s, a força de freamento teria intensidade maior ainda, no mesmo intervalo de tempo. Nestas condições, decorre que a força requerida depende da velocidade e da massa do corpo. Note que estes mesmos efeitos podem ser obtidos em intervalos de tempo maiores através de forças menos intensas.

Estes fatos sugerem a introdução de duas novas grandezas: impulso que é caracterizado pela força e pelo intervalo de tempo em que ela atua e quantidade de movimento que leva em conta a massa e a velocidade do corpo.

IMPULSO DE UMA FORÇA CONSTANTE

Considere um ponto material sob ação de uma força constante, durante um intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$. Por definição, impulso da força no intervalo de tempo Δt é a grandeza vetorial:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Sendo o intervalo de tempo Δt uma grandeza escalar positiva, concluímos que o impulso I tem a mesma direção e sentido da força.

No Sistema Internacional, a unidade de intensidade do impulso é newton x segundo (N.s).

MÉTODO GRÁFICO PARA O CÁLCULO DA INTENSIDADE DO IMPULSO

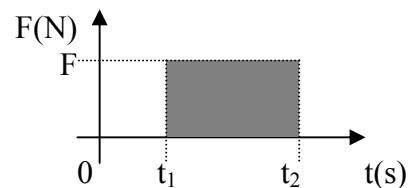
No caso da força constante, o gráfico da intensidade F em função do tempo t está representado na figura ao lado:

Calculando a área A do retângulo sombreado, temos:

$$A = F(t - t_0) = F \cdot \Delta t \text{ (numericamente).}$$

Sendo a intensidade do impulso $I = F \cdot \Delta t$, concluímos que no gráfico cartesiano da intensidade da força F em função do tempo t , a área A é numericamente igual à intensidade do impulso I no intervalo Δt .

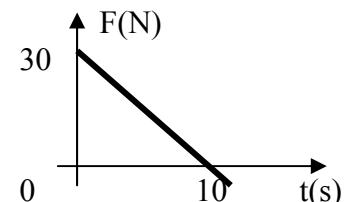
$$A \stackrel{n}{=} I \text{ (numericamente)}$$



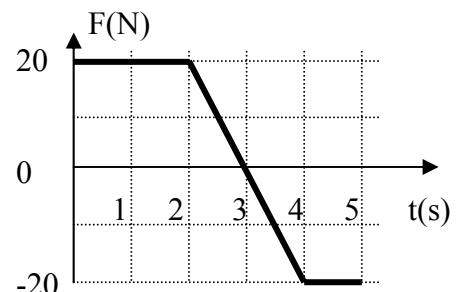
A propriedade enunciada é válida mesmo quando a força for variável em intensidade, mas de direção constante.

EXERCÍCIOS

- 1) Uma força de intensidade 10 N, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita é aplicada a uma partícula durante 2,0 s. Determine a intensidade, a direção e o sentido do impulso desta força.
- 2) Um jogador dá um chute em uma bola aplicando-lhe uma força de intensidade $5,0 \cdot 10^2$ N em $1,0 \cdot 10^{-1}$ s. Determine a intensidade do impulso desta força.
- 3) A intensidade do impulso aplicado por uma força constante, no intervalo de tempo 4,0 s, é igual a 20 N.s. Determine a intensidade da força.
- 4) Uma partícula descreve uma trajetória retilínea sob ação de uma força cuja intensidade varia com o tempo conforme o gráfico. Determine:
 - a) a intensidade do impulso da força no intervalo de tempo de 0 a 10 s;
 - b) a intensidade da força constante que produz o mesmo impulso que a força de intensidade variável dada.



- 5) Um ponto material realiza um movimento retilíneo sob ação de uma força, cujo valor algébrico varia com o tempo de acordo com o gráfico anexo. Determine os módulos dos impulsos desta força nos intervalos: 0 a 3,0 a; 3,0 a 5,0 a e 0 a 5,0 s.



QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Considere um ponto material de massa **m** que, num certo instante, possui velocidade **v**.

Por definição, quantidade de movimento do ponto material no instante em questão é a grandeza vetorial $\vec{Q} = m \cdot \Delta \vec{v}$

Sendo a massa uma grandeza escalar positiva, concluímos que a quantidade de movimento **Q** tem a mesma direção e sentido da velocidade.

Representando por **Q** e **v** os módulos da quantidade de movimento e da velocidade respectivamente, podemos escrever $Q = m \cdot v$.

No Sistema Internacional, a unidade do módulo da quantidade de movimento é $kg \frac{m}{s}$ ou $\frac{kg \cdot m}{s}$

QUANTIDADE DE MOVIMENTO DE SISTEMA DE PONTOS

Considere um sistema de pontos materiais de massas m_1, m_2, \dots, m_n que num certo instante possuem, respectivamente, as velocidades v_1, v_2, \dots, v_n , então por definição, a quantidade de

movimento do sistema de pontos materiais, no instante em questão, é a soma das quantidades de movimento dos pontos do sistema:

$$Q = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n$$

EXERCÍCIOS

- 1) Uma partícula de massa $m = 1,0$ kg possui, num certo instante, velocidade de módulo $v = 2,0$ m/s, direção vertical e sentido ascendente. Determine, neste instante, o módulo, a direção e o sentido da quantidade de movimento da partícula.
- 2) Uma partícula em movimento retilíneo desloca-se obedecendo à função horária $x = 9t + 2t^2$ para x e t medidos em unidades SI. A massa do corpo é 2.10^{-1} kg. Calcule o módulo da quantidade de movimento da partícula no instante $t = 3$ s.
- 3) Uma partícula realiza um movimento obedecendo à função $x = 2 + 3t$ para x em metros e t em segundos. A massa da partícula é $0,2$ kg. Determine o módulo da quantidade de movimento da partícula, no instante $t = 2$ s.

TEOREMA DO IMPULSO PARA UM PONTO MATERIAL

O impulso da resultante das forças que atuam num ponto material num certo intervalo de tempo é igual à variação da quantidade de movimento do ponto material no mesmo intervalo de tempo.

$$\vec{I}_{\text{RESULTANTE}} = \vec{Q} - \vec{Q}_0$$

Embora este teorema seja válido qualquer que seja o tipo de movimento, vamos demonstrá-lo apenas para o caso em que o movimento é retilíneo e uniformemente variado. Nestas condições, a resultante é constante e a aceleração vetorial média coincide com a instantânea. Assim, pelo Princípio Fundamental da Dinâmica vem

$$F = m.a$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v$$

$$F \cdot \Delta t = m(v - v_0)$$

$$F \cdot \Delta t = m.v - m.v_0 \text{ mas como } I = F \cdot \Delta t \text{ e } Q = m.v, \text{ então}$$

$$I = Q - Q_0$$

EXERCÍCIOS

- 1) Uma partícula de massa 1 kg realiza um movimento retilíneo com velocidade escalar 3 m/s. Uma força constante, paralela à trajetória e no mesmo sentido do movimento, é aplicada à partícula durante 2 s e sua velocidade passa para 8,0 m/s. Determine:
 - a) a intensidade do impulso desta força;
 - b) a intensidade da força.

- 2) Sobre uma partícula de 5 kg. movendo-se a 2 m/s. passa a atuar uma força constante de intensidade $2 \cdot 10^2$ N durante 2 s no sentido do movimento. Determine o módulo da quantidade de movimento da partícula no instante em que termina a ação da força.
- 3) Uma partícula de massa 2.0 kg realiza movimento retilíneo com velocidade de módulo 5 m/s. Uma força constante paralela a trajetória é aplicada na partícula durante 10 s. Após este intervalo de tempo, a partícula passa a ter velocidade de módulo 5 m/s mas sentido oposto ao inicial. Determine:
- a intensidade do impulso desta força no intervalo de tempo em questão;
 - a intensidade da força.
- 4) Um carro de corrida de massa 800 kg entra numa curva com velocidade 30 m/s e sai com velocidade de igual módulo, porém, numa direção perpendicular à inicial, tendo sua velocidade sofrido uma rotação de 90°. Determine a intensidade do impulso recebido pelo carro.

FORÇAS INTERNAS E FORÇAS EXTERNAS

Considere um sistema de pontos materiais. As forças que atuam sobre os pontos do sistema são classificadas em forças internas e forças externas. As forças internas são as forças recíprocas entre os próprios pontos do sistema; as forças externas são as forças sobre os pontos do sistema, que são exercidas por outros pontos não pertencentes ao sistema.

SISTEMAS ISOLADOS DE FORÇAS EXTERNAS

Um sistema de pontos materiais é denominado isolado de forças externas quando:

- não existem forças externas;
- existem forças externas, mas sua resultante é nula;
- existem forças externas, mas de intensidades desprezíveis, quando comparadas com as intensidades das forças internas.

Esta última situação ocorre, por exemplo, na explosão de uma granada. A intensidade da força de atração da Terra sobre a granada (força externa) é desprezível em face das intensidades das forças internas devidas à violenta expansão dos gases que ocasionam a explosão. Assim, o sistema se comporta como isolado no intervalo de tempo que vai desde o instante da deflagração dos gases até o instante da explosão. O mesmo ocorre no disparo de armas de fogo, colisões etc.

CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Considere um sistema de pontos materiais P_1, P_2, \dots, P_n de massas m_1, m_2, \dots, m_n respectivamente. Sejam $v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1n}$ suas velocidades num certo instante t_1 e $v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2n}$ num instante posterior t_2 .

A cada ponto do sistema vamos aplicar o teorema do impulso:

$$I_1 = m_1 v_{21} - m_1 v_{11}$$

$$I_2 = m_2 v_{22} - m_2 v_{12}$$

.....

$$I_n = m_n v_{2n} - m_n v_{1n}$$

Somando-se membro a membro estas igualdades, obtemos:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = m_1 v_{21} - m_1 v_{11} + m_2 v_{22} - m_2 v_{12} + \dots + m_n v_{2n} - m_n v_{1n}$$

que rearranjado poderá ser escrito como:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = (m_1 v_{21} + m_2 v_{22} + \dots + m_n v_{2n}) - (m_1 v_{11} + m_2 v_{12} + \dots + m_n v_{1n})$$

Aqui $I_1 + I_2 + \dots + I_n$ representam os impulsos das forças internas e externas ao sistema, que atuam sobre P_1, P_2, \dots, P_n respectivamente.

Pelo Princípio da Ação e Reação os impulsos das forças internas se anulam mutuamente e, supondo o sistema isolado de forças externas, concluímos que:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0$$

Nestas condições, resulta:

$$m_1 v_{21} + m_2 v_{22} + \dots + m_n v_{2n} = m_1 v_{11} + m_2 v_{12} + \dots + m_n v_{1n}$$

O primeiro membro da igualdade acima é a quantidade de movimento do sistema no instante final t_2 e o segundo membro é a quantidade de movimento do sistema no instante inicial t_1 . Isto é:

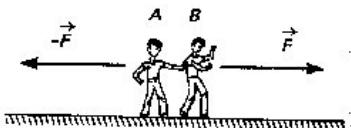
$$Q_{\text{final}} = Q_{\text{inicial}}$$

Portanto, podemos enunciar a conservação da quantidade de movimento sendo que a quantidade de movimento de um sistema de pontos materiais isolado de forças externas permanece constante.

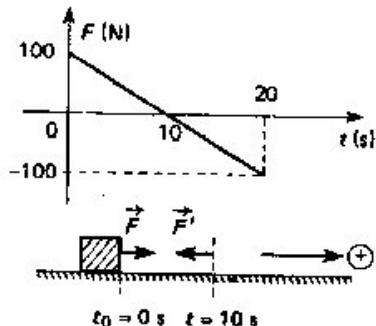
EXERCÍCIOS

- 1) Um projétil de massa 4 kg é disparado na direção horizontal, com velocidade de módulo $6 \cdot 10^2$ m/s, por um canhão de massa $2 \cdot 10^3$ kg, inicialmente em repouso. Determine o módulo da velocidade de recuo do canhão. Considere desprezível o atrito do canhão com o solo.
- 2) Um homem de massa igual a 80 kg encontra-se sobre um carrinho de massa igual a 20 kg, segurando em sua mão uma bola de massa 2 kg. O atrito do carrinho com a pista é desprezível. Com que velocidade horizontal ele deve arremessar a bola, para que ele e o carrinho se desloquem em sentido contrário, com velocidade de 0,3 m/s?
- 3) Dois astronautas A e B estão em repouso numa região do espaço livre da ação de forças externas. Eles se empurram mutuamente e se separam. O astronauta A de massa 80 kg adquire velocidade de módulo 2 m/s. Determine o módulo da velocidade que o astronauta B adquire, sabendo que sua massa é 50 kg.
- 4) Um corpo de massa 10 kg, isolado e inicialmente em repouso, parte-se em dois pedaços devido a uma explosão. Observa-se que, imediatamente após a explosão, os dois pedaços se movimentam sobre uma reta. Um pedaço com 6 kg se move para a direita com velocidade de 20 m/s. O movimento do segundo pedaço, imediatamente após a explosão, será:
 - a) para a esquerda, com velocidade de 30 m/s.
 - b) para a direita, com velocidade de 30 m/s.
 - c) para a esquerda, com velocidade de 20 m/s.

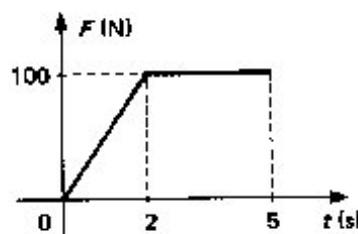
- d) para a direita, com velocidade de 20 m/s.
e) para a esquerda, com velocidade de 12 m/s.
- 5) Uma bala de massa 0,20 kg tem velocidade horizontal 300 m/s; bate e fica presa num bloco de madeira de massa 1,0 kg que esta em repouso num plano horizontal sem atrito. Determine a velocidade com que o conjunto (bloco e bala) começa a deslocar-se.
- 6) Um rapaz encontra-se em repouso no centro de uma pista de patinação. Uma moça vem patinando ao seu encontro, abraça-o e saem patinando juntos. Sabendo que o atrito com a pista é desprezível, que a velocidade da moça era 0,50 m/s e que as massas do rapaz e da moça eram 75 kg e 50 kg, determine a velocidade com que o par sai.
- 7) Um corpo de massa M move-se no espaço com velocidade de módulo v . Em um determinado instante, o corpo explode em duas partes iguais, de modo tal que ambas as partes passam a mover-se na mesma direção e sentido do corpo antes da explosão. Se a velocidade de uma das partes tem módulo $v/3$, qual o módulo da velocidade da outra parte?
- 8) Um indivíduo **A** dá um empurrão sobre outro **B** com força de intensidade 200 N durante 2 s. Determine as características do Impulso sobre o indivíduo **B** e sobre o **A**.



- 9) Sobre um corpo inicialmente em repouso age uma força de intensidade variável, segundo o gráfico ao lado. A figura apresenta o corpo sobre uma superfície lisa, sem atrito. Determine:
- o impulso aplicado sobre o corpo nos 10 s iniciais.
 - o impulso aplicado entre 10 s e 20 s.
 - o impulso total aplicado ao corpo nos 20 s iniciais.
 - a força média aplicada nos 10 s iniciais e entre 0 a e 20 s.



- 10) Um corpo de massa 5 kg, em repouso, encontra-se sobre uma superfície horizontal sem atrito. Num dado instante ($t_0 = 0$ s) passa a agir uma força horizontal, sobre o corpo, de intensidade variável durante 5 s. Determine:
- o impulso total aplicado.
 - a velocidade do corpo no instante 5 s.
- 11) Uma força de módulo constante é igual a 40 N, de direção horizontal e sentido da esquerda para a direita, age sobre um corpo de massa 10 kg que se encontra em repouso sobre uma superfície horizontal, sem atrito, durante 20 s. A partir desse instante, durante mais 20 s, a força passa a agir em sentido oposto ao do movimento, mantendo porém o mesmo módulo. Determine:
- a velocidade máxima atingida pelo corpo.
 - a velocidade final do corpo.

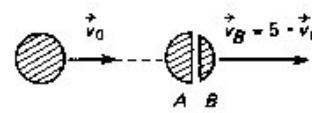


c) o gráfico $F \times t$ e o correspondente $v \times t$

- 12) A figura ilustra dois corpos **A** e **B** de massas iguais a 10 kg e 30 kg, respectivamente, que repousam sobre uma superfície horizontal. Inicialmente a mola entre os corpos é comprimida e num dado instante o sistema é solto, ocorrendo o movimento dos corpos **A** e **B** com velocidades respectivamente iguais a v_A e v_B . Supondo nulo o atrito entre os corpos e a horizontal, e sendo a intensidade de v_B de 2 m/s, determine a velocidade do corpo **A**.



- 13) Uma bomba tem velocidade inicial v_0 no instante em que explode e se divide em dois fragmentos, um de massa m e outro de massa $2m$. A velocidade do fragmento menor, logo após a explosão, é igual a $5 v_0$, calcule a velocidade do outro fragmento, desprezando a ação da gravidade e a resistência do ar durante a explosão.



- 14) A velocidade de um corpo de massa 2 kg, num dado instante, é de 5 m/s, e, 10 s depois é de 25 m/s. Determine:
- a quantidade de movimento inicial.
 - a variação da quantidade de movimento.
 - o impulso da força resultante.
 - a aceleração média durante os 10 s.

- 15) Uma bola de bilhar de massa 0,2 kg atinge perpendicularmente a tabela com velocidade $v_0 = 5$ m/s e volta com velocidade $v = v_0$. Determine o impulso I aplicado tabela sobre a bola.

- 16) Dois corpos de massas $m_A = 80$ kg e m_B desconhecida encontram-se em movimento sobre uma superfície lisa e horizontal. No instante da colisão as velocidades são, respectivamente, iguais a 10 m/s e -40 m/s. Supondo que após a colisão os corpos parem. qual o valor da massa m_B ? Qual a intensidade do impulso aplicado sobre o corpo de massa m_B ?

- 17) Um corpo de massa 2 kg, inicialmente em repouso, sofre a ação de uma força resultante de intensidade 40 N durante 5 s. Determine:

- a variação da quantidade de movimento do corpo.
- a velocidade final do corpo.

- 18) Dois blocos **A** e **B**, inicialmente estacionários, de massas respectivamente iguais a 2 kg e 5 kg, comprimem uma mola. Num dado instante abandona-se o sistema e verifica-se que a velocidade do corpo **A** é de -20 m/s. Supondo as condições ideais, determine a velocidade do bloco **B**.

- 19) Um recipiente de metal, com x kg de massa, desliza inicialmente vazio sobre uma superfície horizontal, com velocidade $v = 1,0$ m/s. Começa a chover verticalmente e, após certo tempo, a chuva pára. Depois da chuva, o recipiente contém 1,0 kg de água e se move com velocidade $v' = 2/3$ m/s. Desprezando-se o atrito, pergunta-se:

- Quanto vale x ?
- Qual foi a variação da quantidade de movimento linear da água, paralelamente ao plano horizontal?